DEPARTAMENTO DE XEOMETRIA E TOPOLOXIA
FACULTADE DE MATEMÁTICAS
Universidade de Santiago de Compostela

*Prof. Xosé M. Masa Vázquez*

**Topoloxía Xeral**
30 de xuño de 2016

**1.** Sexa $X$ un espazo topolóxico, $\mathcal{R}$ unha relación de equivalencia en $X$. Sexa $p\colon X \to X/\mathcal{R}$ a proxección cociente. Suposto $X$ normal e $p$ aberta e pechada, demostra que o cociente é normal. Saberías concluír de non ser $p$ aberta?

(1,5 puntos)

**2.** Considera a aplicación

$$h\colon \mathbb{R}^2 - \{0\} \longrightarrow \mathbb{S}^1\,,\; h(x) \,=\, \frac{x}{\|x\|}\,,$$

coa toploxía e norma euclidianas. Discute as seguintes afirmacións:

a) $h$ é continua
b) $h$ é aberta
c) $h$ é pechada
d) $h$ é unha identificación

(1,25 puntos)

**3.** Topoloxía produto

(2,25 puntos)

**4.** Considera a seguinte colección

$$\beta \,=\, \{[p,q),\, p<q, p,q \in \mathbb{Q}\}\,,$$

de subconxuntos de $\mathbb{R}$.

a) Proba que $\beta$ é base para unha topoloxía $\tau$ de $\mathbb{R}$.
b) Compara $\tau$ coa topoloxía usual e coa topoloxía de Sorgenfrey.
c) Acha interior, adherencia e conxunto derivado dos seguintes conxuntos $A$ e $B$:

$$A \,=\, [e,3] \cup (\pi,5)\,; \quad B \,=\, ([-1,1]\cap\mathbb{Q}) \cup (1,+\infty)\,.$$

d) Estuda o carácter Hausdorff, primeiro enumerábel, segundo enumerábel e separábel de $(\mathbb{R},\tau)$.
e) Proba que, coa topoloxía inducida, $(\mathbb{Q},\tau)$ é normal.
f) Discute se $(\mathbb{Q},\tau)$ é metrizábel.

(3 puntos)

**5.** Teorema de Baire

(2 puntos)